

Projekt dotyczy badań podstawowych w dziedzinie czystej matematyki w zakresie geometrii różniczkowej. Przez ponad sto lat obszar ten był głównie rozumiany jako geometria riemannowska, czyli geometria będąca zakrzywioną wersją geometrii euklidesowej znanej ze szkoły. Okazuje się, że oprócz niej istnieje mnóstwo innych geometrii opartych na pojęciach innych niż, właściwe dla geometrii euklidesowej, pojęcie odległości. Takimi geometriami są: geometria struktur konforemnych (z podstawowym pojęciem kątów), geometria geodezyjnych (z pojęciem najkrótszych krzywych), geometria wielopłaszczyzn (z prędkościami ograniczonymi przez liniowe więzy), geometria równań różniczkowych (z pojęciem ewolucji dynamiki) i wiele innych. Geometrie te noszą wspólną nazwę geometrii Cartana. Niektóre z tych geometrii znajdują zastosowanie w alternatywnych teoriach grawitacji i innych teoriach fizycznych, ale większość z nich istniała dotychczas jako matematyczna abstrakcja. Celem projektu jest zbadanie jednolitej szerokiej klasy geometrii Cartana w oparciu o nowe narzędzia opracowane w matematyce w ostatnich dziesięcioleciach.

Projekt oznaczony jest akronimem **SCREAM** ponieważ jego główne pojęcia to Symetria, Redukcja krzywizny (Curvature Reduction) i Metody równoważności (Equivalence Methods). Symetria ma fundamentalne znaczenie we wszystkich naukach przyrodniczych i jest przejawem doskonałości struktury geometrycznej. Krzywizna jest matematycznym przejawem grawitacji i uruchamia mechanizm Redukcji symetrii. Równoważność to sposób na porównywanie i dopasowywanie, na pierwszy rzut oka różnych struktur geometrycznych; będziemy to robić używając nowoczesnych Metod. Jako przykład stosowania metod tego typu w pozamatematycznym świecie można podać sytuację, w której dwóch różnych astronomów otrzymuje zdjęcia dwóch odległych gwiazd, które po matematycznej analizie danych, okazują się być obrazami tego samego obiektu.

Będziemy wdrażać i doskonalić techniki geometrii Cartana, aby odpowiadać na takie fundamentalne pytania dotyczące natury struktur geometrycznych spoza arsenału klasycznych struktur riemannowskich, jak wielkość ich symetrii, istnienie rozwiązań motywowanych fizycznie równań, rozpoznawanie geometrii poprzez system ich niezmienników, oraz badanie geometrycznych robotów, których przestrzenie konfiguracyjne są wyposażone w fascynujące struktury geometryczne. Zastosowania obejmują teorię optymalnego sterowania, ogólną teorię względności, kosmologię, całkownie równań fizyki matematycznej i wiele innych.

Te ogólne geometrie rozważane przez nas, są inspirowane pracami Elie Cartana, francuskiego matematyka, który wywarł silny wpływ na polską fizykę teoretyczną. Jego osiągnięcia były z kolei oparte na dokonaniach wielkiego norweskiego matematyka Sophusa Lie, który znacząco zjednoczył algebrę, rachunek różniczkowy i geometrię. Projekt będzie prowadzony w ramach międzynarodowej interdyscyplinarnej współpracy grupy polskich i norweskich ekspertów, wspieranych przez młodych uczonych, w celu badań szerokiej klasy geometrii przy użyciu nowoczesnych technik, sprzętu i metod.